Supporting Proofs for the Empty

This section further provides detailed proof for the empty, denoted by ∅, in [Table C], [Table EL], and [Table D1] variable entries from the previous sections, along with the [x is y]⇒[x in y] ∀x, y proof. Also, we prove the three x=y cases in [Table EQ]. Lastly, this section shows that "infinity is not infinity" does not necessarily simplify to empty. (This section has not gone into the set theory yet.)

Prove that an element x is a container ∀x.
Proof: x in x ∴x is a container of x ∴x is a container ∀x. Q.E.D.

Prove that a container x is an element ∀x.
Proof: x in x ∴ x is an element of x ∴x is an element ∀x Q.E.D.

Definition of Sub-Container

$$[C_a \subseteq C_b] \Leftrightarrow [z \text{ in } C_a\ \forall z \in C_a\ z \text{ in } C_b]\ \forall C_a, C_b$$

Proof:

C_a	C_b	$C_a \subseteq C_b$	z in C_a	z in C_a $\forall z \in C_a$ z in C_b	$[C_a \subseteq C_b] \Leftrightarrow [z \text{ in } C_a\ \forall z \in C_a\ z \text{ in } C_b]$
T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T

[Table SubCaOfCb] Q.E.D.

Prove $[C_a = C_b] \Leftrightarrow [z \text{ in } C_a\ \forall z \in C_a\ z \text{ in } C_b]$^$[z \text{ in } C_b\ \forall z \in C_b\ z \text{ in } C_a]\ \forall C_a, C_b$.
Proof:

C_a	C_b	$C_a = C_b$	z in C_a	z in C_b	z in C_a $\forall z \in C_a$ z in C_b	z in C_b $\forall z \in C_b$ z in C_a	$[z \text{ in } C_a\ \forall z \in C_a\ z \text{ in } C_b]$ ^ $[z \text{ in } C_b\ \forall z \in C_b\ z \text{ in } C_a]$	$[C_a = C_b]$ ⇕ $[z \text{ in } C_a\ \forall z \in C_a\ z \text{ in } C_b]$^$[z \text{ in } C_b\ \forall z \in C_b\ z \text{ in } C_a]$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T

[Table CaEQCb] Q.E.D.

Prove [x=y]⇔[[x in y]^[y in x]] ∀x, y, (x, y are elements).
Proof: From [Table CaEQCb], let x = C_a, y= C_b.
Proof:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	y	x=y	z in x	z in y	z in x ∀z∈x z in y	z in y ∀z∈y z in x	[z in x ∀z∈x z in y] ^ [z in y ∀z∈y z in x]	[x=y] ⇳ [z in x ∀z∈x z in y]^[z in y ∀z∈y z in x]
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	y	x=y	z in x ∀z∈x	z in y ∀z∈y	z in x ∀z∈x z in y	z in y ∀z∈y z in x	[z in x ∀z∈x z in y] ^ [z in y ∀z∈y z in x]	[x=y] ⇳ [z in x ∀z∈x z in y] ^ [z in y ∀z∈y z in x]
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T

The z from (z in y) term is (z in x ∀z∈x) which is column 4, also, every row entry of column 4 equals to every entry of column 1, ∴(z in y) is (x in y); the z from (z in x) term is (z in y ∀z∈y) which is column 5, also every row entry of column 5 equals to every entry of column 2, ∴(z in x) is (y in x).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	y	x=y	x	Y	x in y	y in x	[x in y]^[y in x]	[x=y]⇔[x in y]^[y in x]
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T

Q.E.D.

Prove

(1) [x=y]⇔[[x in y]^[y in x]] ∀x, y.
(2) [x=y]⇔[[x⇒y]^[y⇒x]] ∀x, y.
(3) [x=y] ⇒[x in y] ∀x, y.
True in True already, and False in False already. Let T=True and F=False.

									(1)	(2)	(3)
x	y	x=y	x⇒y	y⇒x	x in y	y in x	[x⇒y]^[y⇒x]	[x in y]^[y in x]	[x=y]⇔[[x in y]^[y in x]]	[x=y]⇔[[x⇒y]^[y⇒x]]	[x=y] ⇒[x in y]
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F	F	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T

[Table EQ]
Q.E.D.

Definition of Container Supporting Proofs

To derive [Table C] in the previous section which explicitly enumerates ∅, we start with the initial [Table C_i] without ∅ in the following proof where ∅ denotes empty.

Prove the Definition of Container: [C is a container]⇔[x in C] ∀x, C.

Proof:

From [Table EQ](3), [T=T]⇒[T in T], and [F=F]⇒[F in F], so T is a container of T, and F is a container of F, where T, and, F are logic true, and, logic false respectively. By the given being a definition, "C is a container" is "C is a container of x" ∴

x	C	x in C	C is a container	[C is a container]⇔[x in C]
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T

[Table C_i] Q.E.D.

To include ∅ in the C_i table value enumeration, we need to show that the above definition of container also works for ∅. Therefore, we need to show that ∅ in C ∀∅, C.

Prove ∅ in C ∀∅, C.

Proof:

Consider the following C containers:

C_3={a, b, c} ∴ c in C_3.
C_2={a, b} ∴ b in C_2.
C_1={a} ∴ a in C_1.
C_0={} ∴ empty in C_0. ∴∅ in C_0.

We have started with C_3 with 3 elements, although ∅ has not been explicitly listed in C_3, C_2, C_1, nor C_0 , ∅ is in C_3, C_2, C_1, and C_0 already. To generalize further for any container C, although ∅ is not explicitly listed in C, ∅ in C already ∀∅, C. Q.E.D.

Prove ∅ in ∅ ∀∅.

Proof: ∅ in {} although ∅ is not explicitly listed in {}. For the ∅ in {}, inside the ∅ is already empty. ∴ ∅ is already in ∅. ∴∅ in ∅ ∀∅. Q.E.D.

Verify ∅ in ∅ ∀∅.
Proof: [x=y] ⇒[x in y] ∀x, y, from [Table EQ](3) ∴[∅=∅]⇒[∅ in ∅] ∀∅. Q.E.D.

Verify T is a container ∀T.
Proof: By [Table EQ](3), [T=T]⇒[T in T] ∴T is a container ∀T. Q.E.D.

Verify F is a container ∀F.
Proof: By [Table EQ](3), [F=F]⇒[F in F] ∴F is a container ∀F. Q.E.D.

5

Prove ∅ in T ∀∅, T.
Proof: T is a container ∴∅ in T ∀∅, T. Q.E.D.

Prove ∅ in F ∀∅, F.
Proof: F is a container ∴∅ in F ∀∅, F. Q.E.D.

Prove [C is a container (of x)]⇔[x in C] ∀x, C.

Proof:

∅ in ∅, so and ∅ a container of ∅. Now we can include ∅ into the [Table C_i], and the result follows:

x	C	x in C	C is a container (of x)	[C is a container (of x)]⇔[x in C]
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
T	∅	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T
F	∅	F	F	T
∅	T	T	T	T
∅	F	T	T	T
∅	∅	T	T	T

[Table C_f]
Q.E.D.

The above [Table C_f] truth table values are for the [Table C] used in the previous section.

Prove [x is y] ⇒[x in y] ∀x, y.

Proof:

x	y	x is y	x in y	[x is y] ⇒ [x in y]
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
T	∅	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T
F	∅	F	F	T
∅	T	F	T	T
∅	F	F	T	T
∅	∅	T	T	T

[Table IS]
Q.E.D.

Definition of Element Supporting Proofs

To derive [Table EL] in the previous section which explicitly enumerates ∅, we start with the initial [Table EL_i] without ∅ in the following proof.

Prove the Definition of Element: [(Element x ≡x)∈C]⇔[x in C] ∀x, C.

Proof:

From [Table EQ](3), [T=T]⇒[T in T], [F=F]⇒[F in F], so T is an element of T, and F is an element of F.

x	C	x∈C	x in C	[x∈C]⇔[x in C]
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T

[Table EL_i] Q.E.D.

To include ∅ in the EL_i table value enumeration, we need to show that the above definition of element also works for ∅.

Prove ∅∈T ∀∅, T.
Proof: From the previous proof ∅ in T ∴∅∈T ∀∅, T, by the above definition of element. Q.E.D.

Prove ∅∈F ∀∅, F.
Proof: From the previous proof ∅ in F ∴∅∈F ∀∅, F, by the above definition of element. Q.E.D.

Prove ∅∈∅ ∀∅.
Proof: ∅ in ∅ ∴∅∈∅ ∀∅ by the above definition of element. Q.E.D.

Now we can use ∅ in [Table EL_f] in the following proof.

Prove [x∈C]⇔[x in C] ∀x, C.
Proof:

C	x	x∈C	x in C	[x∈C]⇔[x in C]
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
T	∅	T	T	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T
F	∅	T	T	T
∅	T	F	F	T
∅	F	F	F	T
∅	∅	T	T	T

[Table EL_f]
Q.E.D.

The above [Table EL_f] truth table values are for the [Table EL] used in the previous section.

Supporting Proofs for 霍建華 (Huo Jian Hua's) Definition of Boundedness

To derive [Table D1], start with the first 3 columns from [Table C_f], and add [x is bounded by C] column to the following [Table D1_a]:

col / row	1	2	3	4
	x	C	x in C	x is bounded by C
1	T	T	T	T
2	T	F	F	F
3	T	∅	F	F
4	F	T	F	F
5	F	F	T	T
6	F	∅	F	F
7	∅	T	T	T
8	∅	F	T	T
9	∅	∅	T	T

[Table D1_a]

T in T ∀T, so T is bounded by T; F in F ∀F, so F is bounded by F; ∅ in ∅ ∀∅, so ∅ is bounded by ∅. Therefore, the entries of (row 1, col 4), (row 5, col 4), and (row 9, col 4) are T. Since T is a container of ∅, and since ∅ is in T ∀∅, ∴∅ is bounded by T, so (row 7, col 4) has the entry T. Since F is a container of ∅, and since ∅ is in F ∀∅, ∴∅ is bounded by F, so (row 8, col 4) has the entry T. We are unable to prove that the conditions for (row 2, col 4), (row 3, col4), (row 4, col 4), (row 6, col 4) to be always true, so the entries are F. This finishes the first half of the [Table D1] construction.

For the second half of the [Table D1] construction, start with the first 3 columns from [Table C_f], and add [x belongs to C] column to the following [Table D1_b]:

col / row	1	2	3	4
	x	C	x in C	x belongs to C
1	T	T	T	T
2	T	F	F	F
3	T	∅	F	F
4	F	T	F	F
5	F	F	T	T
6	F	∅	F	F
7	∅	T	T	T
8	∅	F	T	T
9	∅	∅	T	T

[Table D1_b]

T in T, so T belongs to T ∀T; F in F so F belongs to F ∀F; ∅ in ∅, so ∅ belongs to ∅ ∀∅. Therefore, the entries of (row 1, col 4), (row 5, col 4), and (row 9, col 4) are T. Since T is a container of ∅, and since ∅ is in T, ∴∅ belongs to T ∀∅, so (row 7, col 4) has the entry T. Since F is a container of ∅, and since ∅ is in F, ∴∅ belongs to F ∀∅, so (row 8, col 4) has the entry T. We are unable to prove that the conditions for (row 2, col 4), (row 3, col4), (row 4, col 4), (row 6, col 4) to be always true, so the entries are F. This finishes the second half of the [Table D1] construction.

Combine [Table D1_a] and [Table D1_b] into the following [Table D1_f]:

col / row	1	2	3	4a	4b	6
	x	C	x in C	x is bounded by C	x belongs to C	[x is bounded by C] ⇕ [x belongs to C]
1	T	T	T	T	T	T
2	T	F	F	F	F	T
3	T	∅	F	F	F	T
4	F	T	F	F	F	T
5	F	F	T	T	T	T
6	F	∅	F	F	F	T
7	∅	T	T	T	T	T
8	∅	F	T	T	T	T
9	∅	∅	T	T	T	T

[Table D1_f]

Every truth table row value of column 4a equals to every truth table row value of column 4b, so therefore all entries in column 6 are T in the above [Table D1_f]. The above [Table D1_f] truth table values are for the [Table D1] used in the previous section. Q.E.D.

Prove that infinity is not bounded by time ∀infinity, time.

Proof: Suppose infinity is bounded by time ∴infinity belongs to time by [Table D1_f] ∴infinity is bounded by Huo Jian Hua's Definition of Boundedness. But, infinity is not bounded, (infinity is not bounded) and (infinity is bounded) ➔🡐 ∀infinity, time. ∴infinity is not bounded by time ∀infinity, time. Q.E.D.

“Infinity is not infinity” Does not Necessarily Simplify to Empty

We have to establish some prep work. We first need to prove that unbounded is not an element to justify the exclusion of unbounded from being a table element. Although unbounded does not belong to a word, we dismiss the related proof to conform with the “infinity is unbounded” axiom because the axiom uses the word “unbounded”. We also need to prove that the “infinity is unbounded” axiom is not empty. Finally, we prove that “infinity is not infinity” does not necessarily simplify to empty by using the none-emptiness of the axiom.

Prove that unbounded is not an element ∀unbounded.

Proof: Suppose unbounded is an element ∴unbounded belongs to an element ∴unbounded is bounded, by Huo Jian Hua’s Definition of Boundedness. But, unbounded is not bounded, (unbounded is not bounded) and (unbounded is bounded) $\rightarrow\leftarrow$∀unbounded ∴unbounded is not an element ∀unbounded. Q.E.D.

To preserve the none-elemental property of the unbounded as much as possible, we leave out the unbounded from being a table element while we use the word “unbounded” as provided by the “infinity is unbounded” axiom in the proofs.

Prove that “infinity is unbounded” axiom is not empty ∀infinity.

Proof: From the previously verified proofs: “unbounded is not ∅”, and, “infinity is not ∅”, so the axiom “infinity(is not ∅) is unbounded(is not ∅)” does not result to into an empty string because infinity, and, unbounded are both not empty for the axiom. More importantly, because “infinity is unbounded” is the axiom which cannot be empty in order to hold. ∴“infinity is unbounded” is not empty ∀infinity. Q.E.D.

Prove that [infinity is not infinity] does not necessarily simplify to empty ∀infinity.

Proof:

1. Note from the previously proved and verified “unbounded is not infinity”.
2. Note the following [Table E1] from the Definition of Existence proof:

col / row	1	2	3	4
1	x	∃x	x is not ∞	[∃x]⇔[x is not ∞]
2	T	T	T	T
3	F	T	T	T
4	∅	T	T	T
5	not ∞	T	T	T
6	∞	T	T	T

[Table E1]

We have to find the (not infinity) for the (infinity is not infinity) statement to be true. The [Table E1] shows that [T] is not infinity; [F] is not infinity; ∅ is not infinity, and, the (not infinity) of (row 5, col 1) refers to [T], [F], and, [∅] in (row 2, col 1), (row 3, col 1), and, (row 4, col 1) respectively. But, infinity is not [T]; infinity is not [F]; infinity is not [∅]. The infinity at (row 6, col 1) gets to (infinity is infinity) that leads to (infinity is not infinity) again, so it is inconclusive. None of the above [Table E1] elements conclusively solves the (not infinity) for the (infinity is not infinity) statement.

[Table E1] has left out the (unbounded). The unbounded is (not infinity) also. So, this (unbounded) being (not infinity) is a (not infinity) for the (infinity is not infinity) statement, and thus infinity is (unbounded), which it gets back to the “infinity is unbounded” axiom. ∴ [infinity is not infinity] ⇒ [infinity is unbounded]. Further, “infinity is unbounded” axiom is not empty ∀infinity ∴[infinity is not infinity] is not empty. ∴ [infinity is not infinity] does not necessarily simplify to empty ∀infinity. Q.E.D.

This section has shown the detailed proofs for the ∅ variable entries for [Table C], [Table EL], and [Table D1] from the previous sections, along with the [x is y] ⇒ [x in y]∀x, y proof. With the aid of the Huo Jian Hua’s Definition of Boundedness, this section has proved that “infinity is not infinity” does not necessarily simplify to empty ∀infinity. By the guaranteed contract term of use for Huo Jian Hua’s Definition of Boundedness guaranteed to Huo Jian Hua, **all rights-benefits belong to Huo Jian Hua**.

「空無」的支援證明

對有關於∅登錄在[覽 C]、[覽 EL]及[覽 D1]變量中並且內使用在前篇的論文內，以∅指稱「空無」，本篇於此給予更詳細的證明，同時也證明[x 即 y]⇒[x 在 y 之內]∀x、y，以及證明三個[x=y]狀況。此篇在最後展示「無限即非無限」並不一定簡化至空無的辯解。（此篇還未進入集合論。）

證明一個元素 x 即一容器∀x。
證：x 在 x 內 ∴x 即是 x 的容器∴x 即一容器∀x。證明完畢。

證明一個容器 x 即一元素∀x。
證：x 在 x 內 ∴x 即是 x 的元素∴x 即一元素∀x。證明完畢。

子容器的定義

$$[C_a \subseteq C_b] \Leftrightarrow [z \text{ 在 } C_a \text{ 內} \forall z \in C_a \ z \text{ 在 } C_b \text{ 內}] \ \forall C_a, \ C_b$$

證：

C_a	C_b	$C_a \subseteq C_b$	z 在 C_a 內	Z 在 C_a 內∀z∈C_a z 在 C_b 內	[$C_a \subseteq C_b$]⇔[z 在 C_a 內∀z∈C_a z 在 C_b 內]
是	是	是	是	是	是
是	是	是	是	是	是
是	否	否	是	否	是
是	否	否	是	否	是
否	是	否	否	否	是
否	是	否	否	否	是
否	否	是	否	是	是
否	否	是	否	是	是

[覽子容器 CaOfCb]證明完畢。

證明[C_a = C_b] ⇔ [z 在 C_a 內∀z∈C_a z 在 C_b 內]^[z 在 C_b 內∀z∈C_b z 在 C_a 內] ∀C_a, C_b。
證：

C_a	C_b	C_a=C_b	z 在 C_a 內	z 在 C_b 內	z 在 C_a 內∀z∈C_a z 在 C_b 內	z 在 C_b 內∀z∈C_b z 在 C_a 內	[z 在 C_a 內 ∀z∈C_a z 在 C_b 內] ^ [z 在 C_b 內∀z∈C_b z 在 C_a 內]	[C_a=C_b] ⇕ [z 在 C_a 內∀z∈C_a z 在 C_b 內] ^ [z 在 C_b 內∀z∈C_b z 在 C_a 內]
是	是	是	是	是	是	是	是	是
是	是	是	是	是	是	是	是	是
是	否	否	是	否	否	否	否	是
是	否	否	是	否	否	否	否	是
否	是	否	否	是	否	否	否	是
否	是	否	否	是	否	否	否	是
否	否	是	否	否	是	是	是	是
否	否	是	否	否	是	是	是	是

[覽 CaEQCb]證明完畢。

證明 [x=y]⇔[[x 在 y 內]^[y 在 x 內]] ∀x、y，(x、y 皆為元素)。

證：來自[覽 CaEQCb]，設 x = C_a，y= C_b。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	y	x=y	z 在 x 內	z 在 y 內	z 在 x 內 ∀z∈x z 在 y 內	z 在 y 內 ∀z∈y z 在 x 內	[z 在 x 內 ∀z∈x z 在 y 內] ^ [z 在 y 內∀z∈y z 在 x 內]	[x=y] ⇳ [z 在 x 內 ∀z∈x z 在 y 內] ^ [z 在 y 內 ∀z∈y z 在 x 內]
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	y	x=y	z 在 x 內 ∀z∈x	z 在 y 內 ∀z∈y	z 在 x 內∀z∈x z 在 y 內	z 在 y 內∀z∈y z 在 x 內	[z 在 x 內∀z∈x z 在 y 內] ^ [z 在 y 內∀z∈y z 在 x 內]	[x=y] ⇳ [z 在 x 內∀z∈x z 在 y 內] ^ [z 在 y 內∀z∈y z 在 x 內]
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T

來自 (z in y)的 z 為(z 在 x 內 ∀z∈x)在排 4，同時，第四排每一行的登錄皆與第一排每一行的登錄相等，∴(z 在 y 內)即(x 在 y 內)；來自(z 在 x)內的 z 為(z 在 y 內∀z∈y)排 5，同時，第五排每一行的登錄街與第二排每一行的登錄相等，∴(z 在 x 內)即(y 在 x 內)。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	y	x=y	x	y	x 在 y 內	y 在 x 內	[x 在 y 內]^[y 在 x 內]	[x=y]⇔[x 在 y 內]^[y 在 x 內]
是	是	是	是	是	是	是	是	是
是	是	是	是	是	是	是	是	是
是	否	否	是	否	否	否	否	是
是	否	否	是	否	否	否	否	是
否	是	否	否	是	否	否	否	是
否	是	否	否	是	否	否	否	是
否	否	是	否	否	是	是	是	是
否	否	是	否	否	是	是	是	是

證明完畢。

證明

(1)[x=y]⇔[[x 在 y 內]^[y 在 x 內]] ∀x、y。

(2)[x=y]⇔[[x⇒y]^[y⇒x]] ∀x、y。

(3)[x=y]⇒[x 在 y 內] ∀x、y。

贅述：是已在是內，否已在否內。

									(1)	(2)	(3)
x	y	x=y	x⇒y	y⇒x	x 在 y 內	y 在 x 內	[x⇒y]^[y⇒x]	[x 在 y 內]^[y 在 x 內]	[x=y] ⇕ [[x 在 y 內]^[y 在 x 內]]	[x=y] ⇕ [[x⇒y]^[y⇒x]]	[x=y] ⇓ [x 在 y 內]
是	是	是	是	是	是	是	是	是	是	是	是
是	否	否	否	是	否	否	否	否	是	是	是
否	是	否	是	否	否	否	否	否	是	是	是
否	否	是	是	是	是	是	是	是	是	是	是

[覽 EQ]

證明完畢。

「容器的定義」支援證明

從以下不含有∅的[覽 C_i]開始導論∅在之前[覽 C]內的枚舉，(∅指稱「空無」)。

證明容器的定義：[C 即一容器]⇔[x 在 C 內] ∀x、C.

證：

根據[覽 EQ](3)，[是=是]⇒[是在是內]、[否=否]⇒[否在否內]，所以「是」即「是」的容器、「否」即「否」的容器。根據已知做為一個定義而言「C 即一個容器」即為「C 即(x 的)一個容器」∴

x	C	x 在 C 內	C 即一個容器	[C 即一個容器]⇔[x 在 C 內]
是	是	是	是	是
是	否	否	否	是
否	是	否	否	是
否	否	是	是	是

[覽 C_i]

證明完畢。

為了要把∅列入 C_i 覽表的枚舉數值中，我們則須展示以上「容器的定義」亦適用在∅。所以，我們則須展示∅在 C 內 ∀∅、C。

證明∅在 C 內 ∀∅、C。

證：　參考以下 C 容器們：

C_3={a, b, c}　　　∴ c 在 C_3 內。
C_2={a, b}　　　∴ b 在 C_2 內。
C_1={a}　　　∴ a 在 C_1 內。
C_0={}　　　∴ 空無在 C_0 內 ∴∅ 在 C_0 內。

我們從有 3 個元素的 C_3 開始，雖然∅並沒有明列在 C_3、C_2、C_1 及 C_0 內，∅已在 C_3、C_2、C_1 及 C_0 內。可進一步的概擴推論，縱使∅並沒有被明列在任何一個 C 內，∅已在 C 內 ∀∅、C。證明完畢。

證明∅在∅內∀∅。

證：縱使∅沒被明列在{}之內，∅在{}之內。由在{}之內的∅，在∅之內已空無∴∅已在∅之內∴∅在∅內∀∅。證明完畢。

查對 ∅在∅內∀∅。
證：　[x=y] ⇒[x 在 y 內] ∀x、y，自[覽 EQ](3)。
　　∴[∅=∅]⇒[∅在∅內] ∀∅。證明完畢。

查對「是」即一個容器∀是。
證：　根據[覽 EQ](3)，[是=是]⇒[是在是內] ∴「是」即一個容器 ∀是。證明完畢。

查對「否」即一個容器∀否。
證：　根據[覽 EQ](3)，[否=否]⇒[否在否內] ∴「否」即一個容器 ∀否。證明完畢。

證明∅在「是」內 ∀∅、是。
證：　「是」即一個容器 ∴∅在「是」內 ∀∅、是。證明完畢。

證明∅在「否」內 ∀∅、否。
證：　「否」即一個容器 ∴∅在「否」內 ∀∅、否。證明完畢。

證明[C 即一個(x 的)容器]⇔[x 在 C 內] ∀x、C。

證：

∅在∅內，所以∅即∅的容器。我們現在可將∅列入[覽 C_i]，結果如下：

x	C	x 在 C 內	C 即一個(x 的)容器	[C 即一個(x 的)容器]⇔[x 在 C 內]
是	是	是	是	是
是	否	否	否	是
是	∅	否	否	是
否	是	否	否	是
否	否	是	是	是
否	∅	否	否	是
∅	是	是	是	是
∅	否	是	是	是
∅	∅	是	是	是

[覽 C_f]
證明完畢。

以上[覽 C_f]真值表數值則被使用在之前篇文[覽 C]內。

證明［x 即 y］⇒［x 在 y 之內］∀x、y

證：

x	y	x 即 y	x 在 y 之內	［x 即 y］⇒［x 在 y 之內］
是	是	是	是	是
是	否	否	否	是
是	∅	否	否	是
否	是	否	否	是
否	否	是	是	是
否	∅	否	否	是
∅	是	否	是	是
∅	否	否	是	是
∅	∅	是	是	是

[覽 IS]

證明完畢。

「元素的定義」支援證明

從以下不含有∅的[覽 EL_i]開始導論∅在之前[覽 EL]內的枚舉。

證明元素的定義：[(元素 x≡x)∈C]⇔[x 在 C 內] ∀x、C。

證：

根據[覽 EQ](3)，[是=是]⇒[是在是內]，[否=否]⇒[否在否內]，所以「是」為「是」的元素，「否」為「否」的元素。

x	C	x∈C	x 在 C 內	[x∈C]⇔[x 在 C 內]
是	是	是	是	是
是	否	否	否	是
否	是	否	否	是
否	否	是	是	是

[覽 EL_i]

證明完畢。

為了要把∅列入 EL_i 覽表的枚舉數值中，我們則須展示以上「元素的定義」亦適用在∅。

證明∅∈是 ∀∅、是。

證： 來自之前的證明∅在「是」內 ∴∅∈是 ∀∅、是，根據以上「元素的定義」。證明完畢。

證明∅∈否 ∀∅、否。

證： 來自之前的證明∅在「否」內 ∴∅∈否 ∀∅、否，根據以上「元素的定義」。證明完畢。

證明∅∈∅ ∀∅。

證： ∅已在∅內 ∴∅∈∅ ∀∅根據以上，根據以上「元素的定義」。證明完畢。

我們現在可以使用∅在[覽 EL_f]裡於以下證明。

證明[x∈C]⇔[x 在 C 內]∀x、C。

證：

C	x	x∈C	x 在 C 內	[x∈C]⇔[x 在 C 內]
是	是	是	是	是
是	否	否	否	是
是	∅	是	是	是
否	是	否	否	是
否	否	是	是	是
否	∅	是	是	是
∅	是	否	否	是
∅	否	否	否	是
∅	∅	是	是	是

[覽 EL_f]

證明完畢。

以上[覽 EL_f]真值表數值則被使用在之前篇文[覽 EL]內。

〈霍建華《有界的定義》〉支援證明

導論[覽 D1]須從[覽 C_f]的最開始的三排導論起，再附加上[x 即有界 C]排於以下[覽 D1_a]：

排 / 行	1	2	3	4
	x	C	x 在 C 內	x 即有 C 界
1	是	是	是	是
2	是	否	否	否
3	是	∅	否	否
4	否	是	否	否
5	否	否	是	是
6	否	∅	否	否
7	∅	是	是	是
8	∅	否	是	是
9	∅	∅	是	是

[覽 D1_a]

「是」在「是」內∀「是」，所以「是」即有界「是」;「否」在「否」內∀「否」，所以「否」即有界「否」; ∅在∅內∀∅，所以∅即已有界∅。所以，(行 1，排 4)、(行 5，排 4)及(行 9，排 4)皆被登錄為[是]。由於「是」為∅的容器以及∅在「是」內∀∅，∴∅即有界「是」，所以(行 7，排 4)登錄為[是]。由於「否」為∅的容器以及∅在「否」內∀∅，∴∅即有界「否」，所以(行 8，排 4)登錄為[是]。我們無法證明肯定(行 2，排 4)、(行 3，排 4)、(行 4，排 4)及(行 6，排 4)為[是]，所以其皆被登錄為[否]。[覽 D1]第一半的部份於此已建構完成。

[覽 D1]的另一半的建構 將從[覽 C_f]的前三排開始，再附加上[x 屬於 C]排於以下[覽 D1_b]：

排 / 行	1	2	3	4
	x	C	x 在 C 內	x 屬於 C
1	是	是	是	是
2	是	否	否	否
3	是	∅	否	否
4	否	是	否	否
5	否	否	是	是
6	否	∅	否	否
7	∅	是	是	是
8	∅	否	是	是
9	∅	∅	是	是

[覽 D1_b]

「是」在「是」內，所以「是」屬於「是」∀「是」;「否」在「否」內，所以「否」屬於∀「否」; ∅在∅內，所以∅屬於∅∀∅。所以(行 1，排 4), (row 5，排 4)及(行 9，排 4)皆被登錄為[是]。由於「是」即∅的容器，以及∅在「是」內，∴∅屬於「是」∀∅，所以(行 7，排 4)則為[是]。由於「否」即∅的容器，以及∅在「否」內，∴∅屬於「否」∀∅，所以(行 8，排 4)則為[是]。我們無法證明肯定(行 2，排 4)、(行 3，排 4)、(行 4，排 4)及(行 6，排 4)為[是]，所以其皆被登錄為[否]。[覽 D1]的另一半的部份於此已建構完成。

將[覽 D1_a]及[覽 D1_b]合併成以下[覽 D1_f]：

排＼行	1	2	3	4a	4b	6
	x	C	x 在 C 內	x 即有 C 界	x 屬於 C	[x 即有 C 界] ⇕ [x 屬於 C]
1	是	是	是	是	是	是
2	是	否	否	否	否	是
3	是	∅	否	否	否	是
4	否	是	否	否	否	是
5	否	否	是	是	是	是
6	否	∅	否	否	否	是
7	∅	是	是	是	是	是
8	∅	否	是	是	是	是
9	∅	∅	是	是	是	是

[覽 D1_f]

每一行在 4a 排內的值皆與每一行在 4b 排內的值相等，所以在排 6 的值皆被登錄為[是]。以上[覽 D1_f]真值表數值皆被使用在之前篇的[覽 D1]裡面。證明完畢。

證明無限即非有時間界∀無限、時間。

證明：假設無限即有時間界∴無限即屬於時間根據[覽 D1_f] ∴無限即有界根據霍建華〈有界的定義〉。但，無限即非有界，(無限即非有界) 又 (無限即有界) ➔🡐 ∀無限、時間。∴無限即非有時間界∀無限、時間。證明完畢。

「無限即非無限」不一定會簡化至空無

首先，我們需要安置一些準備工作。第一，我們需要證明無限及非一元素以辯解為何不將「無界」納為一個覽表的元素。縱然「無界」不屬於一個辭彙，其相關證明被排除於外以與「無限即無界」公理有一致性，由於此公理在使用「無界」這個辭彙。我們還需要證明「無限即無界」公理並非是空無的。我們以此公理的非空無性以提供「無限即非無限」並不一定會簡化至空無的證明。最後，我們證明非[非空無]不一定會簡化至空無。

證明無界即非元素∀無界。

證：　假設無界即元素∴無界屬於元素∴無界即有界，根據霍建華〈有界的定義〉。但，無界即非有界，(無界即非有界）又（無界即有界）➔🡐∀無界 ∴無界即非元素∀無界。證明完畢。

為了盡可能維持無界的非元素屬性，無界被屏除做為一個覽表元素。同時，經由「無限即無界」公理所提供的「無界」,「無界」此辭彙又被使用在此論文的證明裡。

證明「無限即無界」公理即非空無∀無限。

證明：根據之前已查對的證明：「無界即非∅」以及「無限即非∅」，所以「無限(即非∅)即無界(即非∅)」公理並不會成為空字串，由於公理的「無限」及「無界」皆非空無。更重要的是「無限即無界」為公理於此，其不可為空無才可以支承。∴「無限即無界」即非空無∀無限。證明完畢。

證明「無限即非無限」不一定簡化至空無∀無限。

證：

1. 從之前的證明及查對：「無界即非無限」。
2. 以下[覽 E1]來自〈「存在」的定義〉的證明：

行＼排	1	2	3	4
1	x	∃x	x 即非無限	[∃x]⇔[x 即非無限]
2	是	是	是	是
3	否	是	是	是
4	∅	是	是	是
5	非無限	是	是	是
6	無限	是	是	是

[覽 E1]

所以，我們須找到正確「無限即非無限」陳述的「非無限」。[覽 E1] 展示[是]即非無限；[否]即非無限；∅即非無限，以及(行 5，排 1)的(非無限)指向[是]、[否]及[∅]各自在(行 2，排 1)、(行 3，排 1)及（行 4，排 1)。然而，無限即非[是]；無限即非[否]；無限即非[∅]。在（行 6，排 1）的[無限]可成為（無限即無限）之後又能再次導入（無限即非無限）的無結論情況。所以，以上在[覽 E1]的元素皆並不能解答「無限即非無限」所陳述的「非無限」。

然而被摒除在[覽 E1]外的「無界」也是「非無限」。所以這個「無界」做為「非無限」即一個「無限即非無限」所陳述的「非無限」，所以無限即「無界」。無限即「無界」就又回到「無限即無界」

公理。∴[無限即非無限]⇒[無限即無界]。然而，「無限即無界」公理即非空無 ∴[無限即非無限]即非空無∀無限∴「無限即非無限」並不一定會簡化至空無∀無限。證明完畢。

證明非(非空無)不一定簡化至空無。

證：

行＼排	1	2	3	4
1	x	Card(x)	x 即非空無	x 即非無限
2	是	1	是	是
3	否	1	是	是
4	∅	0	否	是
5	非無限	≥1	是	是
6	無限		是	是

[覽 NEPTY]

[是]已在[是]之內 ∴[是]為一個元素，可數到 1 個[是]在[是]內，所以 card([是])=1≠0 ∴[是]即非空無註記於（行 2，排 3)。[否]已在[否]之內 ∴[否]為一個元素，可數到 1 個[否]在[否]內，所以 card([否])=1≠0 ∴[否]即非空無註記於（行 3，排 3)。在空無中有 0 個元素，所以 card(∅)=0。[是]即[非∞] ∴[是]在[not ∞]內 ∴[是]即[非∞]內的一個元素 ∴在[非∞]內可數到至少 1 個元素，card([非∞])≥1 ≠0 ∴[非∞]即非空無記住於(行 5，排 3) 。(備註：縱然無限即非∞，∞並非是在[非∞]內的一個元素，由於無限不是一個元素，而[是]及[否]皆為元素。)

依照以上[覽 NEPTY]第 2 排的基數結果，第 3 排列出[是]、[否]及[無限]皆非空無。無限即非空無是根據之前所證明所獲得的結論，所以(行 6, 排 3)註記為[是]。於[非空無]為[∞]的情況下[非空無]即非[∞]。[非∞]在(行 5, 排 1)為[是]、[否]及[∅]並不包括∞。其[非∞]不一定必須為[∅]因為[非∞]可以為[是]或者[否]其皆非空無如同(行 2, 排 3)及(行 3, 排 3)所列出的結果。證明完畢。

此篇已為在之前篇[覽 C]、[覽 EL]及[覽 D1]內所使用∅變量的登錄做了詳細的證明，同時也證明了[x 即 y] ⇒ [x 在 y 之內]∀x、y。此篇經由霍建華〈有界的定義〉的幫助下證明「無限即非無限」不一定簡化至空無∀無限。最後，此篇證明非(非空無)不一定簡化至空無。根據對霍建華保證的〈有界的定義〉使用契約保證，**一切權力益全都歸霍建華**。